

В О П Р О С Ы

к коллоквиуму по курсу "Статистическая радиофизика" к
разделу "Элементы теории случайных процессов"

1. Определение случайного процесса. Понятие статистического ансамбля. Вероятностное описание случайного процесса с помощью многомерных плотностей вероятности. Основные свойства многомерных плотностей вероятности случайного процесса.
2. Двумерная условная плотность вероятности случайного процесса и ее основные свойства. Зависимость условной плотности вероятности от разности времен для процесса с конечным вероятностным последствием. Многомерные условные плотности вероятности, их свойства и связь с многомерными безусловными плотностями вероятности.
3. Классификация случайных процессов по их вероятностному последствию. Совершенно случайные процессы и марковские процессы, их описание. Уравнение Смолуховского для условной плотности вероятности марковского процесса.
4. Детерминированные и квазидетерминированные процессы, их описание в рамках теории случайных процессов, выражения для n-мерных плотностей вероятности.
5. Квазигармонический процесс $X(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$ со случайной начальной фазой, равномерно распределенной в интервале $[-\pi, \pi]$. Его одномерная плотность вероятности.
6. Многомерная характеристическая функция случайного процесса и ее основные свойства.
7. Моментные функции случайного процесса. Среднее значение и корреляционная функция. Связь моментных функций с характеристической функцией.
8. Кумулянтные функции случайного процесса, их связь с характеристической функцией. Связь между кумулянтными и моментными функциями (на примере функций 1-го и 2-го порядка).
9. Ковариационная функция случайного процесса. Дисперсия. Понятия некоррелированности и статистической независимости двух значений случайного процесса. Коэффициент корреляции.
10. Гауссовские случайные процессы, их n-мерная характеристическая функция и плотность вероятности. Информация, необходимая для полного описания гауссовского случайного процесса.
11. Ковариационная матрица n отсчетов случайного процесса и ее основные свойства.
12. Основные свойства гауссовских случайных процессов. Выражение n-мерных моментных функций гауссовского случайного процесса с нулевым средним значением через ковариационную функцию.
13. Стационарные случайные процессы. Понятия стационарности в узком и широком смысле, их взаимоотношение.
14. Стационарность квазидетерминированных случайных процессов (рассмотреть на примерах $X(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi)$; $X(t) = S(t + \tau_0)$, где φ и τ_0 - случайные величины, $S(t)$ - периодическая детерминированная функция).
15. Эргодичность случайных процессов. Вывод необходимых и достаточных условий эргодичности по отношению к среднему значению .
16. Привести пример стационарного, но неэргодического случайного процесса (статистического ансамбля) с доказательством и обсуждением причин неэргодичности.
17. Необходимые и достаточные условия эргодичности по отношению к корреляционной функции случайного процесса (для произвольного и гауссовского процессов).
18. Достаточное условие эргодичности случайного процесса по отношению к одномерной плотности вероятности. Экспериментальное определение одномерной плотности вероятности эргодического случайного процесса.
19. Общее описание совокупности двух случайных процессов. Понятие статистической независимости двух случайных процессов. Взаимные корреляционная и ковариационная функции. Понятие некоррелированности двух случайных процессов.
20. Понятия стационарности, эргодичности, гауссовости совокупности двух случайных процессов. Разобрать пример двух стационарных, но нестационарно связанных случайных процессов.