

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Радиофизический факультет  
Кафедра теории колебаний

**Отчет по лабораторной работе:**

# **ИССЛЕДОВАНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ГЕНЕРАТОРА КОЛЕБАНИЙ**

Выполнили: студенты 430 группы  
**Воробьёв Артём**  
**Зайцев Юрий**

Проверил: **Половинкин Андрей Владимирович**

Нижний Новгород  
2007 год

# Содержание

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
<b>2 Теоретическая часть</b>	<b>3</b>
2.1 Режим синхронизации . . . . .	4
2.2 Режим квазипериодических колебаний (биений) . . . . .	5
<b>3 Практическая часть</b>	<b>7</b>
3.1 Изучение явления захватывания при мягком режиме возбуждения . . . .	7
3.2 Изучение явления захватывания при жестком режиме возбуждения . . . .	7
<b>4 Вывод</b>	<b>7</b>

# 1 Введение

**Цель работы:** изучение явления синхронизации (захвата) лампового генератора внешней синусоидальной силой, частота  $\omega$  которой близка к собственной частоте генератора  $\omega_0$ . Схема генератора приведена на Рис. 1.

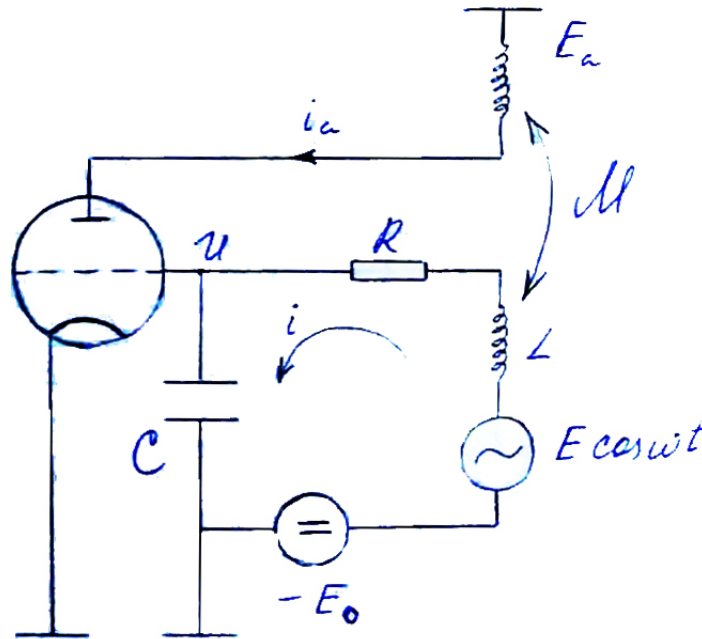


Рис. 1: Схема генератора

**Приборы и оборудование:** Установка для исследования эффекта синхронизации состоит:

- из генератора внешней силы регулируемой частоты и амплитуды;
- синхронизируемого генератора с изменяемым коэффициентом возбуждения;
- осциллографа.

## 2 Теоретическая часть

Уравнения для генератора, составленные без учета реакции анода и междуэлектродных емкостей, имеет вид:

$$\begin{aligned} L \frac{di}{dt} + Ri + u &= M \frac{d}{dt} i_a(u) + E_0 + E \cos \omega t, \\ i &= C \frac{du}{dt} + i_c(u), \end{aligned} \quad (1)$$

или в виде одного уравнения, но второго порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = \xi x \frac{d}{dt} f_1(x) - f_2(x) + 2\varepsilon \cos \tau, \quad (2)$$

где  $\xi = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega^2}$  – расстройка,  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$  – собственная частота генератора,

$$f_1(x) = \frac{\omega_0^2}{u_0 \omega} \{M i_a(u_0 x - E_0) - L i_c(u_0 x - E_0)\} - \delta x, \quad (3)$$

$x = \frac{u + E_0}{u_0}$  – безразмерное напряжение на сетке,  $\delta = \frac{RC\omega_0^2}{\omega}$ ,

$$f_2(x) = \frac{R}{u_0} \frac{\omega_0^2}{\omega^2} i_c(u_0 x - E_0), \quad (4)$$

$u_0$  – напряжение отсечки.

Функция  $f_1(x)$  характеризует режим возбуждения генератора и называется активной нелинейностью. Функцию  $f_2(x)$ , целиком зависящую только от сеточного тока, называют реактивной нелинейностью. Эта нелинейность влияет на частоту колебаний генератора и тем самым он становится неизохронным.

Рассмотрим далее случай малых омических потерь, небольшой расстройки, слабых нелинейностей  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$ , а также малой амплитуды внешнего сигнала, т.к. именно этот случай представляет особый интерес для изучения систем, описываемых уравнением вида (2).

В этом случае для исследования поведения системы можно воспользоваться методом Ван-дер-Поля или методом медленно меняющихся амплитуд (ММА), который является частным случаем метода малого параметра. Укороченные уравнения системы будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \dot{A} &= AF_1(A^2) + \varepsilon \sin \varphi, \\ A\dot{\varphi} &= -\xi A + AF_2(A^2) + \varepsilon \cos \varphi, \end{aligned} \quad (5)$$

где дифференцирование проведено по новому времени  $\bar{\tau} = \tau/2$ .

## 2.1 Режим синхронизации

Поведение неавтономного генератора описывается укороченными уравнениями (5). Для удобства исследования режима синхронизации запишем эти уравнения в виде

$$\begin{aligned} \dot{A} &= AF_1(A^2) + \varepsilon \sin \varphi, \\ A\dot{\varphi} &= -A\xi_{эфф} + \varepsilon \cos \varphi, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $\xi_{эфф} = \xi - F_2(A)$  – эффективная расстройка. Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) получается, если разрешить укороченные уравнения для стационарных амплитуд синхронизированных колебаний

$$\begin{aligned} AF_1(A) + \varepsilon \sin \varphi &= 0, \\ -A\xi_{эфф} + \varepsilon \cos \varphi &= 0, \end{aligned} \quad (7)$$

и имеет вид

$$\xi_{эфф} = \pm \frac{1}{A} \sqrt{\varepsilon^2 - A^2 F_1^2}. \quad (8)$$

Устойчивость стационарных амплитуд вынужденных колебаний  $A$  определяется корнями характеристического уравнения системы (6):

$$p^2 - 2(F_1 + A^2 F_1')p + F_1(F_1 + 2A^2 F_1') + \xi_{эфф}^2 = 0. \quad (9)$$

Отсюда:

$$F_1(F_1 + 2A^2 F_1') + \xi_{эфф}^2 < 0 \quad - \text{седла}, \quad (10)$$

$$A^4 F_1'^2 > 0 \quad - \text{узлы}, \quad (11)$$

$$A^4 F_1'^2 < 0 \quad - \text{фокусы}. \quad (12)$$

Состояния равновесия типа узлов и фокусов будут устойчивыми при выполнении неравенств

$$F_1 + A^2 F_1' < 0 \quad \text{и} \quad F_1(F_1 + 2A^2 F_1') + \xi_{эфф}^2 > 0 \quad (13)$$

и неустойчивыми при замене знака в первом неравенстве (13) на обратный.

## 2.2 Режим квазипериодических колебаний (биений)

В системе, описываемой укороченными уравнениями (5), могут существовать, наряду с периодическими, квазипериодические колебания (биения). Разбиение фазовой плоскости особыми траекториями такой системы приведено на Рис. 2.

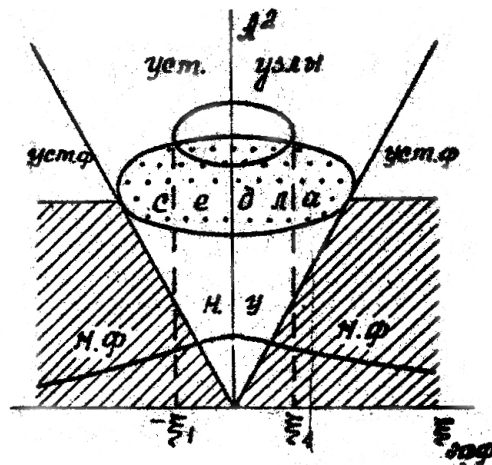


Рис. 2: Фазовая плоскость

При изучении режима биений различают два случая:

1. биения, возникающие в генераторе при действии внешних сигналов достаточно малой амплитуды;
2. биения, возникающие в генераторе при действии внешних сигналов достаточно большой амплитуды.

Аналитическое исследование режима биений в случае 1) представляет значительные математические трудности, однако исследуя систему качественными методами фазовой плоскости можно заметить, что при расстройках  $\xi < |\xi_1|$  в системе имеются три состояния равновесия: устойчивый узел, седло, неустойчивый узел или неустойчивый фокус.

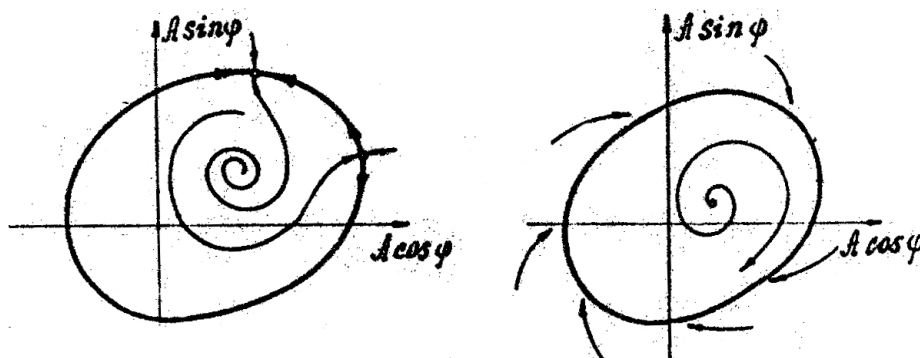


Рис. 3: Качественный ход фазовых траекторий

Расположение этих состояний равновесия и качественный ход фазовых траекторий иллюстрируется на Рис. 3, слева.

По мере увеличения расстройки особые точки типа седла и устойчивого узла приближаются друг к другу и сливаются, образуя при  $\xi = \xi_1$  сложную особую точку типа седло-узел, которая исчезнет при дальнейшем увеличении расстройки. При исчезновении сложной особой точки из сепаратрисы седла образуется предельный цикл конечных размеров, которому и соответствуют биения в исследуемой системе (см. Рис. 3, справа).

## 3 Практическая часть

### 3.1 Изучение явления захватывания при мягком режиме возбуждения

1. Снятие семейства амплитудно-частотных характеристик для различных амплитуд внешнего сигнала, при изменении расстройки путем подбора частоты внешнего сигнала (Рис. 4).
2. Построение зависимости полосы захватывания от амплитуды сигнала при заданной амплитуде автономного генератора (Рис. 5).
3. Снятие зависимости полосы захватывания от амплитуды автоколебаний при заданной амплитуде внешней силы (Рис. 6).

### 3.2 Изучение явления захватывания при жестком режиме возбуждения

1. Снятие бифуркационной диаграммы, характеризующей зависимость амплитуды автоколебаний от коэффициента возбуждения генератора  $a_1 = F(0)$  (Рис. 7).
2. Получение семейства АЧХ для значений параметра  $a_1$ , соответствующих жесткому режиму возбуждения колебаний ( $a_1^* < a_1 < 0 \Rightarrow M^* < M < M^{**}$ ). Для  $M = 15$  см. Рис. 8.
3. Подбором значения коэффициента возбуждения  $a_1 (M)$  добиться того, чтобы система являлась потенциально-автоколебательной ( $M = 5$ ).

Снять для этого случая АЧХ для значений амплитуды внешней силы, когда имеет место асинхронное возбуждение генератора. Определить пороговые значения расстройки, про которых возникают и прекращаются биения. См. Рис. 9.

## 4 Вывод

В данной работе нами было рассмотрено явление синхронизации генератора автоколебаний внешней гармонической силой в режиме мягкого и жесткого возбуждения. Во всех проведенных экспериментах полученные результаты качественно согласуются с теорией, поэтому в целом работу можно считать выполненной успешно.

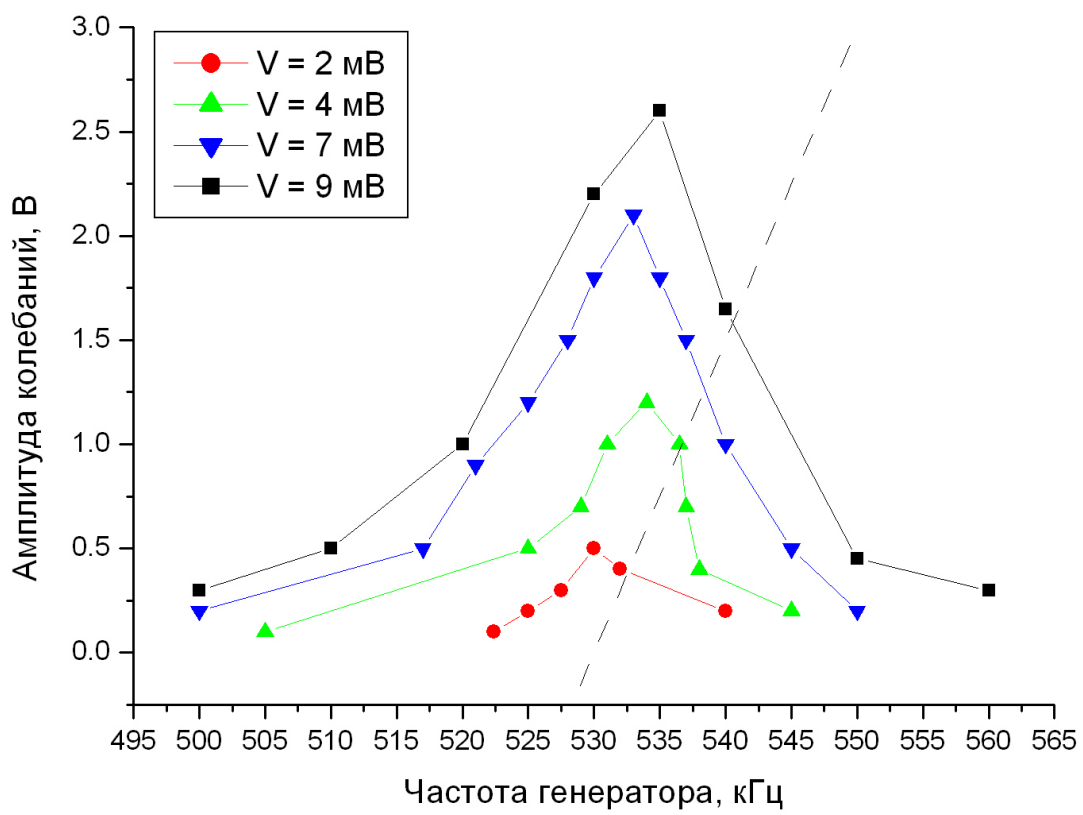


Рис. 4: Семейство амплитудно-частотных характеристик для различных амплитуд внешнего сигнала

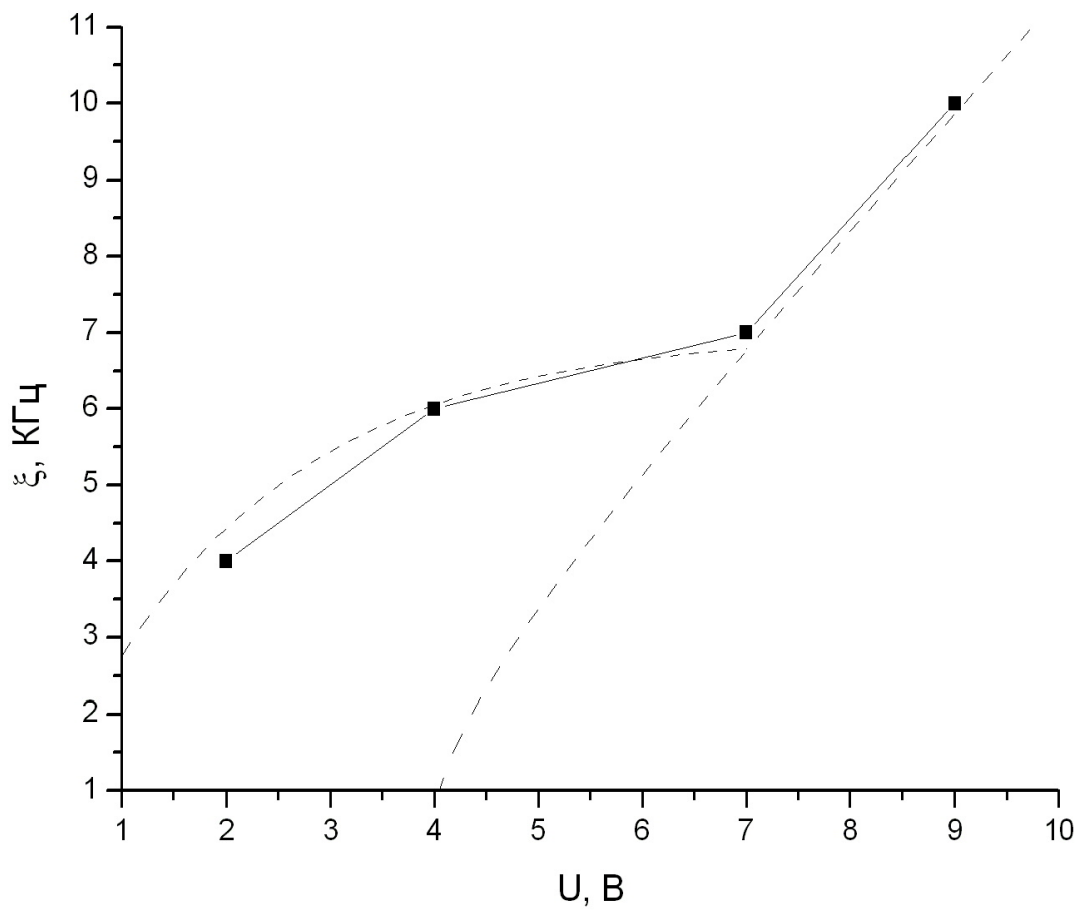


Рис. 5: Зависимость полосы захватывания от амплитуды сигнала при заданной амплитуде автономного генератора

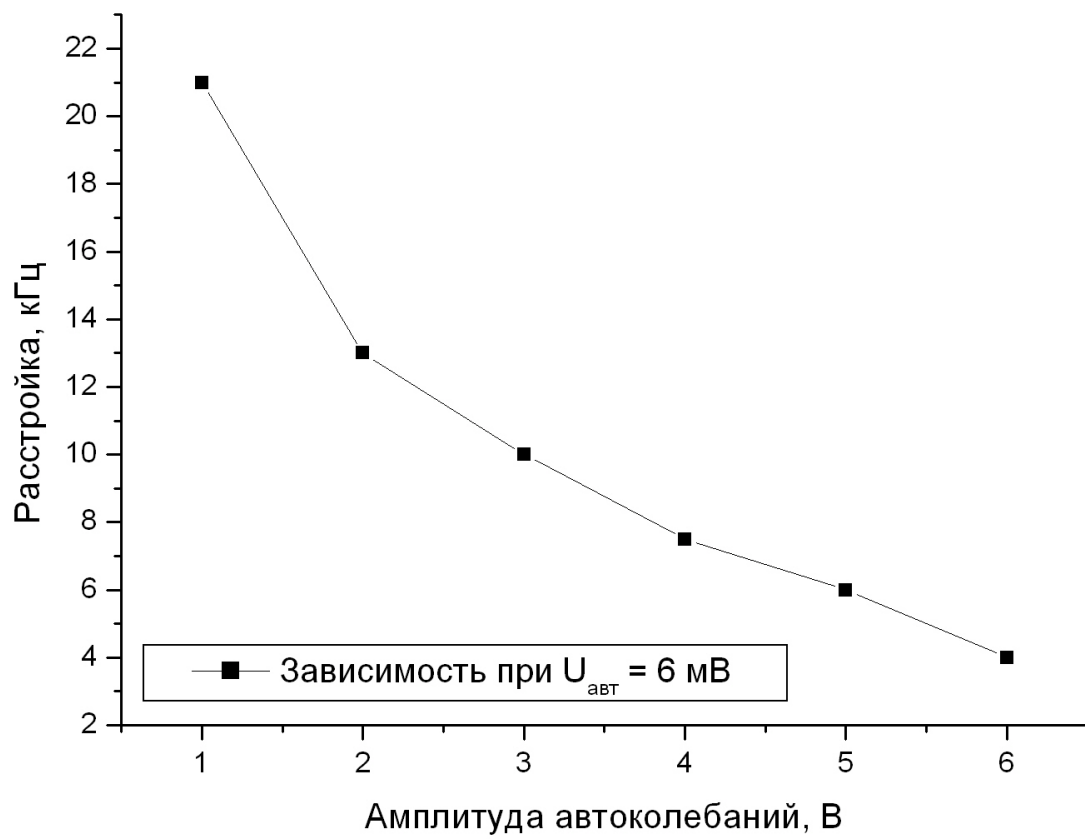


Рис. 6: Зависимость полосы захватывания от амплитуды автоколебаний

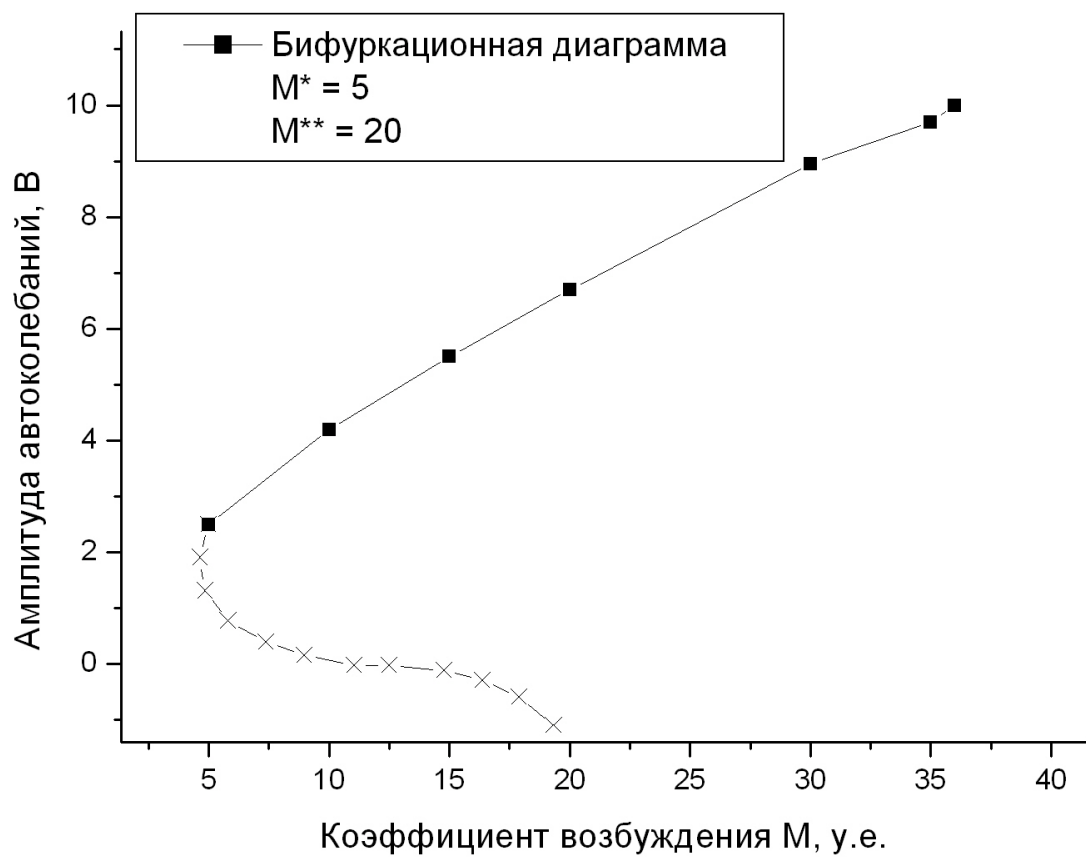


Рис. 7: Бифуркационная диаграмма

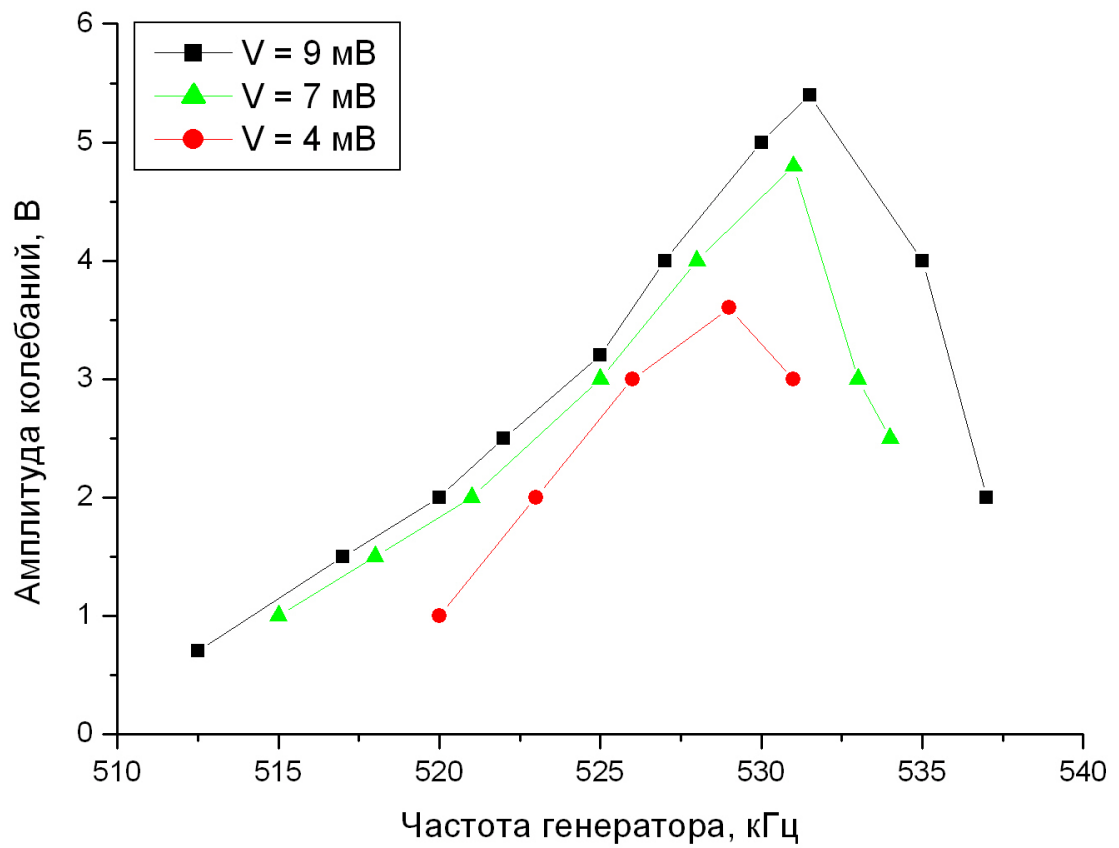


Рис. 8: АЧХ для значений параметра  $a_1$ , соответствующих жесткому режиму возбуждения колебаний

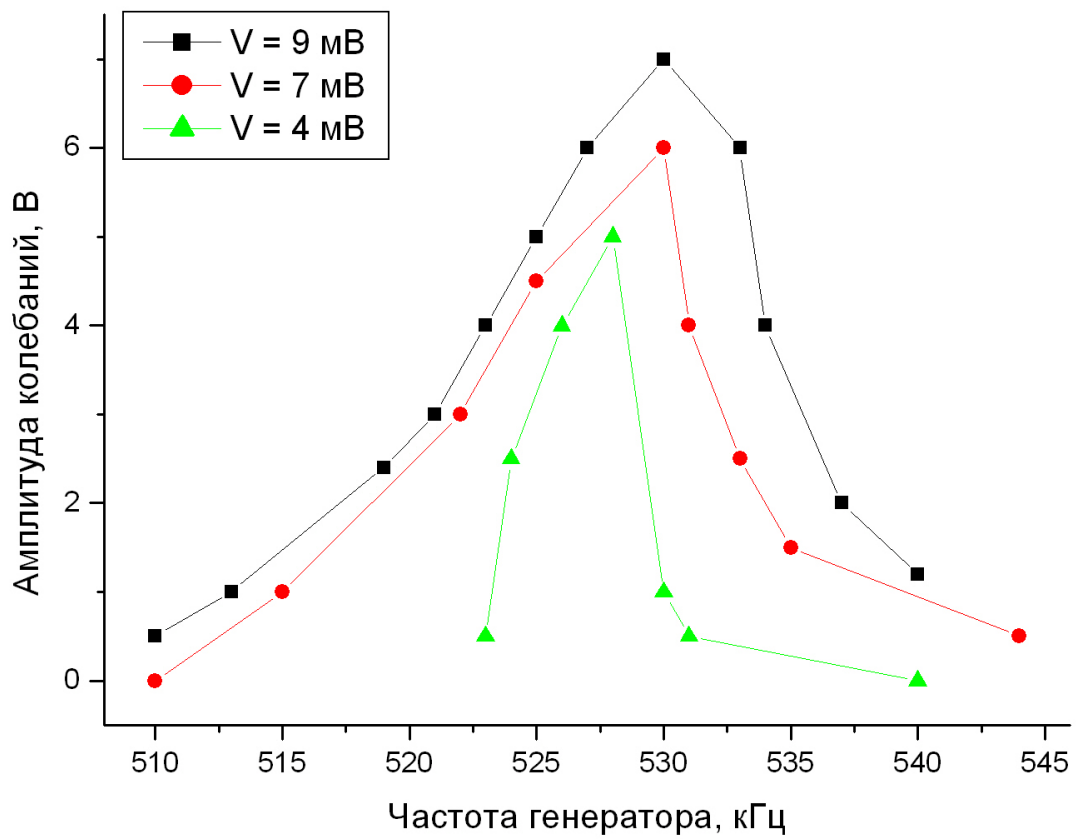


Рис. 9: АЧХ для значений амплитуды внешней силы, когда имеет место асинхронное возбуждение генератора