



Квантовая механика

Данный курс читается на 3 курсе РФ ННГУ

Составитель программы и лектор: доктор ф-м наук, профессор [Ефремов Г.Ф.](#)

Программа курса

Фундаментальные идеи квантовой физики. Принцип соответствия.

Гипотеза квантов поля М. Планка. Формула Планка. Законы отражения и преломления света с точки зрения гипотезы квантов. Измерения в квантовой физике. Поляризация фотонов. Гипотеза Луи де Бройля. Волна де Бройля. Соотношения де Бройля. Упругое рассеяние волн-частиц на кристаллической решетке. Эквивалентность условия Лауэ и формулы Брэгга. Корпускулярно-волновой дуализм. Статистический смысл волн материи (М. Борн). Принцип соответствия. Универсальная постоянная Планка и соображения размерностей. Особенности классического предела квантовой теории. Условия применимости классической механики и классической теории поля. Соотношения неопределенностей.

Принципы-постулаты квантовой теории.

Гильбертово пространство.(математическое дополнение).

Особенности математической формы и физического содержания квантовой теории. Аксиомы гильбертова пространства. Скалярное произведение и его свойства. Операторы. Алгебра операторов. Определение сопряженных операторов. Собственные значения и собственные векторы операторов.

Постулат 1. Определение состояний квантовой системы векторами гильбертова пространства.

Физический смысл определения состояния в квантовой теории. Гипотеза Луи де Бройля как вспомогательный постулат.

Постулат 2. Принцип суперпозиции квантовых состояний.

Суперпозиция волн де Бройля.

Постулат 3. Постулат квантования:

Определение физических величин линейными эрмитовскими операторами. Физический смысл собственных значений и собственных векторов операторов физических величин. Свойства собственных векторов и собственных значений:

- действительность собственных значений эрмитовских операторов;
- ортогональность собственных векторов, имеющих различные собственные значения.

Постулат 4. Теорема разложения.

Суперпозиция собственных векторов оператора физической величины. Физический смысл коэффициентов разложения вектора состояния по собственным векторам физической величины. Свойство полноты собственных векторов физической величины. Вычисление вероятностей измерений и среднего значения физической величины в произвольном квантовом состоянии (дискретный спектр).

Теория квантовых измерений.

Квантовый статистический ансамбль. Свойства и особенности квантовых измерений. Примеры. Идеализированные эксперименты по измерению проекции спина электрона, поляризации фотона.

Квантовая механика систем, имеющих классическую аналогию.

Правила квантования.

Принцип классической аналогии (соответствия). Спектр собственных значений проекции координаты и импульса. Теорема разложения для физических величин с непрерывным спектром. Условия ортогональности и нормировки собственных векторов для физических величин с непрерывным спектром. Физический смысл коэффициентов разложения и среднее значение физической величины.

Координатное представление.

Физический смысл и геометрическая интерпретация волновой функции (амплитуды вероятности). Оператор

координаты в координатном представлении и его собственные функции. Собственный вектор оператора импульса в координатном представлении (гипотеза де Бройля). Оператор импульса в координатном представлении. Вычисление вероятностей измерения импульса в координатном представлении.

Простейшие модели квантовых систем.

Операторы основных физических величин в координатном представлении. Стационарное уравнение Шредингера. Уровни энергии и стационарные состояния в квантовой проволоке, бесконечно глубокой потенциальной яме.

Импульсное представление.

Операторы импульса и координаты в импульсном представлении. Собственные функции операторов координаты и импульса в импульсном представлении. Формулы перехода от импульсного представления к координатному и обратно. Примеры состояний в импульсном и координатном представлениях.

Одновременная измеримость физических величин и соотношения неопределенностей.

Физический смысл коммутативности операторов. Прямая и обратная теоремы. Полный набор физических величин. Примеры. Дисперсия физических величин. Принцип дополнительности Бора. Примеры. Соотношения неопределенностей для произвольных физических величин. Свойства и использования этого соотношения. Квантовая интерференция.

Классический электрон с квантовой точки зрения.

Суперпозиция волн де Бройля. Волновой пакет. Уравнения движения для волнового пакета.

Квантовая динамика.

Правила квантования Дирака.

Некоторые свойства скобок Пуассона и коммутаторов физических величин. Принцип соответствия Дирака классических и квантовых скобок Пуассона.

Матричная механика.

Матричное представление операторов и векторов состояний. Свойства матриц. Унитарные преобразования и их свойства.

Гейзенберговская картина движения.

Физический смысл эволюции квантовой системы во времени. Уравнения Гейзенберга для операторов физических величин. Оператор эволюции во времени и его свойства.

Шредингеровская картина движения.

Переход к шредингеровской картине движения. Уравнение Шредингера и его физический смысл. Общие свойства уравнения Шредингера. Закон сохранения плотности вероятности. Плотность тока вероятности. Предельный переход от квантовых уравнений к классическим. Теорема Эренфеста. Классический предел уравнения Шредингера и его физический смысл. Квазиклассическое приближение. Метод ВКБ. Правила квантования Бора-Зоммерфельда.

Симметрия в физике и законы сохранения.

Преобразования симметрии.

Условия симметрии. Законы сохранения в квантовой теории (интегралы движения). Их математическая формулировка и физический смысл. Симметрия квантовой системы (операторы симметрии) и законы сохранения. Генераторы бесконечно малых преобразований (при трансляции, вращении).

Стационарные состояния и их свойства.

Стационарное уравнение Шредингера. Нестационарные состояния. Физический смысл законов сохранения в квантовой теории. Операторы бесконечно малого поворота и трансляции.

Квантовая теория гармонических колебаний.

Частицы-кванты поля (развитие идеи корпускулярно-волнового дуализма). Эквивалентность нормальных волн (мод) электромагнитного поля и гармонических колебаний. Закон дисперсии мод кристаллической решетки (упругих волн) в кристалле. Квантовая теория гармонических колебаний произвольной физической природы. Операторы рождения a^* и a уничтожения и их свойства. Спектр энергии гармонического осциллятора. Координатное представление. Полиномы Чебышева-Эрмита. Основное состояние и его свойства. Нулевые

колебания. Электрон в постоянном однородном магнитном поле. Уровни Ландау.

Теория момента количества движения. Спин.

Особенности момента импульса. Перестановочные соотношения, включающие операторы орбитального момента. Операторы проекций момента произвольной квантовой системы и их свойства. Следствие перестановочных соотношений для операторов момента (векторная модель). Свойства повышающих и понижающих операторов. Состояния с максимальной проекцией. Собственные значения квадрата момента и его проекции. Матричное представление операторов проекции моментов. Собственный момент импульса. Спин частиц. Полуцелый спин $1/2$. Матрицы Паули и их свойства. Описание состояния квантовой частицы с полуцелым спином. Полный набор с учетом спина. Вывод уравнения Паули. Магнитный момент электрона.

Сложение двух квантовых моментов.

Операторы полного момента системы, состоящей из двух частей, их перестановочные соотношения и собственные значения. Два базиса собственных векторов, характеризующих момент всей системы. Коэффициенты Клебша-Гордона и их физический смысл. Теорема о сложении двух моментов. Максимальное и минимальное значение полного момента. Сложение двух спинов. Триплетное и синглетное состояния и их свойства относительно перестановки спинов. Коэффициенты Клебша-Гордона. Сложение орбитального момента и спина.

Движение квантовых частиц в сферически симметричном потенциале. Атом водорода.

Интегралы движения. Полный набор физических величин и их общие собственные функции. Стационарное уравнение Шредингера для радиальной составляющей волновой функции. Асимптотика уравнения на малых и больших расстояниях. Движение электрона в кулоновском потенциале. Спектр энергии и свойства стационарных состояний. Вырождение уровней. Спектроскопические обозначения для состояний в атоме водорода. Радиальные волновые функции. Полиномы Лаггера. Орбитальный момент количества движения. Сферические гармоники и их свойства. Закон сохранения четности.

Движение квантовой частицы в периодическом потенциале.

Трансляционная симметрия. Собственные значения и собственные состояния операторов трансляции и их свойства. Теорема Блоха. Блоховские функции. Общие свойства закона дисперсии в периодическом потенциале. Микроскопическая обратимость во времени уравнений движения и ее следствия.

Матрицы плотности.

Чистое и смешанное состояния. Примеры. Матрица плотности для чистых состояний и ее свойства. Физический смысл диагональных элементов матрицы плотности, среднее значение физических величин. Матрица плотности для подсистемы. Уравнение фон Неймана. Классический предел уравнения фон Неймана для классических функций распределения. Теорема Лиувилля. Стационарные смешанные состояния. Матрица плотности, описывающая термодинамические равновесные состояния квантовой системы (распределение Гиббса).

Теория возмущения.

Стационарная теория возмущений при отсутствии вырождения. Вычисление поправок 1-го и 2-го порядка. Условие применимости метода. Двухуровневое приближение. Эффект Штарка для двухуровневого атома. Теория возмущений при наличии вырождения. Секулярное уравнение и методы его решения. Электрон в поле решетки (сильная связь). Малый параметр (интеграл перекрытия). Построение блоховских функций из функций невозмущенных атомов. Закон дисперсии и свойства стационарных состояний в кристалле. Нестационарная теория возмущений. Теория квантовых переходов и задачи рассеяния. Уравнение Шредингера в представлении взаимодействия и в интегральной форме. Метод итераций. Оператор упорядочения во времени. Определение и свойства S-матрицы и физический смысл ее матричных элементов. Вероятность квантовых переходов в 1-м порядке теории возмущений. Переходы под воздействием периодического возмущения. Асимптотика вероятности перехода в единицу времени. Закон сохранения энергии при квантовых переходах. Квантовые переходы под влиянием постоянного во времени возмущения. Полная вероятность перехода в единицу времени. Плотность конечных состояний. Золотое правило Ферми.

Принцип тождественности частиц и его следствия.

Частицы как кванты (элементарные возбуждения) поля. Неразличимость частиц и принцип неопределенности. Неразличимость частиц и интерференция физически неразличимых альтернатив. Симметрия системы относительно перестановки одинаковых частиц. Операторы перестановки частиц как динамические переменные. Закон сохранения четности. Постулат симметрии. Частицы Ферми и частицы Бозе. Статистика Ферми-Дирака. Принцип Паули. Число частиц в данном квантовом состоянии как динамическая переменная. Операторы числа частиц и их собственные вектора. Представление чисел заполнения. Изотропная модель электронной Ферми-жидкости. Основное состояние Ферми-газа. Энергия Ферми. Импульс Ферми. Поверхность Ферми. Элементарные возбуждения Ферми-газа. Частицы и античастицы. Адиабатически медленное включение взаимодействия. Расстояние электронов вблизи поверхности Ферми. Бозе - частицы. Статистика Бозе - Эйнштейна. Операторы числа частиц. Их собственные значения и собственные векторы. Операторы рождения и уничтожения Бозе - частиц и их свойства. Связь между бозонами и квантовыми осцилляторами.

Многоэлектронные атомы.

Идеализация и приближения. Метод самосогласованного поля - приближение Хартри. Понятие электронной конфигурации. Интегралы движения. Атом гелия. Парагелий и ортогелий. Расчет энергии по теореме возмущений. Зависимость энергии от суммарного спина полного орбитального момента (правила Хунда).

Квантовая теория химической связи.

Адиабатическое приближение. Порядки энергетических величин в молекулах. Ван - дер - Ваальсова связь. Ионная связь. Теория молекулы водорода (ковалентная связь).

Релятивистская теория электрона.

Идеализация нерелятивистской теории. Релятивистская квантовая теория. Соотношения неопределенностей, затрагивающие время. Уравнение Клейна-Гордона и его особенности. Вывод релятивистского уравнения первого порядка во времени. Матрицы Дирака и их свойства. Уравнение непрерывности. Плотность тока вероятности. Оператор скорости. Решение стационарного уравнения Дирака. Две ветви решения для закона дисперсии. Нерелятивистский предел уравнения Дирака - уравнение Паули. Магнитный момент и спин. Физическая интерпретация решений с отрицательной энергией. Теория дырок Дирака. Частицы и античастицы (электроны и позитроны).
