Коллоквиум по электродинамике

1. Найти вектор плотности электрического тока $\vec{j}(x, y, z)$, создающего в однородной безграничной среде с магнитной проницаемостью μ постоянное магнитное поле с вектором магнитной индукции $\vec{B} = \vec{y}_0 B_0 \dfrac{1}{1+a z^2}$.

2. Найти плотность электрического заряда $\rho(x, y, z)$, если при $\varepsilon = \text{const}$ заданы

а) электрическое поле с вектором напряженности $\vec{E} = \vec{x}_0 A x + \vec{y}_0 A y$.

б) потенциал $\varphi = k \exp(-a x^2$

3. Найти компоненты вектора напряженности постоянного электрического поля E_x, E_y, E_z во всем пространстве, если его скалярный потенциал задан в виде: $\varphi = a(x^2 - y^2)$.

4. Вектор напряженности постоянного электрического поля задан в виде:

$$\vec{E} = \vec{r}_0 A r \text{ при } 0 \le r \le a; \quad \vec{E} = \vec{r}_0 A (a/r)^2 \text{ при } a \le r \le \infty.$$

Найти скалярный потенциал $\varphi(r)$, полагая $\varphi(\infty) = 0$.

5. Векторный потенциал постоянного магнитного поля в среде с магнитной проницаемостью μ задан в виде $\vec{A} = \vec{z}_0 C \exp(-a y^2)$. Найти вектор напряженности магнитного поля $\vec{H}(x, y, z)$.

6. Найти вектор напряженности постоянного магнитного поля $\vec{H}$ внутри и вне бесконечно длинного соленоида, образованного в результате плотной равномерной намотки тонкого провода на круговой цилиндр. Сила тока в проводе I, число витков на единицу длины n.

7. Найти энергию магнитного поля и коэффициент самоиндукции единицы длины соленоида в предыдущей задаче.

8. Записать дифференциальное уравнение, для скалярного потенциала φ в однородной среде с диэлектрической проницаемостью ε и заданным распределением плотности заряда $\rho(\vec{r})$. Записать решение этого уравнения (с объяснением обозначений), если $\rho \ne 0$ в ограниченной области пространства.

9 Записать дифференциальное уравнение для векторного потенциала $\vec{A}$ постоянного магнитного поля в однородной среде с магнитной проницаемостью μ и заданным распределением плотности тока $\vec{j}(\vec{r})$. Записать решение этого уравнения (с объяснением обозначений), если $\vec{j} \ne 0$ в ограниченной области пространства.

10 Записать в векторной форме общие граничные условия для векторов электромагнитного поля, вытекающие из общих интегральных уравнений Максвелла при условии, что поля нигде не обращаются в бесконечность. Поверхность, на которой записываются граничные условия, в общем случае является границей раздела двух различных сред и по ней в общем случае течет поверхностный ток и распределен поверхностный заряд.

11. Записать граничные условия:

а) для скалярного потенциала φ на границе раздела двух сред с различными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 при наличии на этой границе свободного поверхностного заряда с поверхностной плотностью $\rho_{пов}$;

б) для нормальной и тангенциальной (касательной) компонент вектора напряженности постоянного электрического поля $\vec{E}$ на поверхности проводника;
в) для скалярного потенциала φ и его нормальной производной $\partial\varphi / \partial n$ на поверхности проводника.

12. Точечный заряд q расположен в центре проводящей сферической оболочки с внутренним радиусом r_1 и внешним радиусом r_2. Полный заряд оболочки равен нулю. Найти потенциал $\varphi(r)$ как функцию расстояния до центра во всех трех областях: $0 < r \le r_1$, $r_1 \le r \le r_2$, $r_2 \le r < \infty$.

13. То же для случая, когда оболочка изготовлена из диэлектрика с проницаемостью ε.

14. Найти разность потенциалов $U = \varphi_1 - \varphi_2$ между двумя незаряженными проводящими концентрическими сферами радиусов r_1, r_2 ($r_1 < r_2$), создаваемую точечным зарядом q, расположенным:
а) в центре сфер ; б) снаружи внешней сферы (в области $r > r_2$); в) внутри меньшей сферы, но не в центре (в области $0 < r < r_1$) ; г) в пространстве между сферами ((в области $0 < r < r_1$).

а - от заряда
до центра.