Теорема. Если $f(x)$ непрерывна вместе с производными f', f'' в некотором замкнутом шаре $S(x_0, r)$ и выполнены условия:

1) в точке $x_\in S(x_0, r)$ существует $(f')^{-1}$ и $||(f')^{-1}|| < M_0$.

2) $||f(x_0)|| \leq \delta$,

3)$\sum_{k=1}^{n} |\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_j \partial x_k}) < M_2, \quad \forall i, j = \overline{1, n}, \quad \forall x \in S(x_0, r)$

4) $h = 2nM_0^2 \delta M_1 \leq 1$

5) $r' = M_0 \delta \sum_{k=0}^{\infty} h^{2^k - 1} < r$

Тогда уравнение $f(x) = 0$ имеет решение $x^* \in S(x_0, r)$ к которому сходится процесс Ньютона с начальным приближением x_0 и имеет место оценка

$$||x^k - x^*|| \leq M_0 \delta \frac{h^{2^k - 1}}{1 - h^{2^k}}$$

Проверять условия теоремы затруднительно и имеет значение утверждение, что при приближении к корню системы скорость сходимости квадратична.

На практике очень часто процесс Ньютона заменяют процессом Ньютона-Рафсона

$x^{k+1} = x^k - (f(x_0)')^{-1} f(x^k)$, в котором матрицу Якоби обращают один раз и тем самым уменьшают объем вычислений. Есть и другие модификации.